

Álgebra I. Examen corto 4
Universidad de El Salvador, 17/05/2019

Cada uno de los ejercicios de abajo vale $2\frac{1}{2}$ puntos.

Ejercicio 1. ¿Cuáles de los polinomios de abajo son irreducibles en $\mathbb{Q}[X]$? Justifique sus respuestas.

- a) $X^4 + 12X - 6$,
- b) $2X^{100} - 12$,
- c) $X^3 - 2X - 4$.

Ejercicio 2. Encuentre los ideales en el anillo cociente $\mathbb{Z}[i]/(6)$ y las inclusiones entre ellos.

Ejercicio 3. Sea p un primo impar. Demuestre que el anillo cociente $\mathbb{F}_p[X]/(X^2 + 1) \cong \mathbb{Z}[i]/(p)$ es isomorfo a

- a) un cuerpo de p^2 elementos, o
- b) el producto de cuerpos $\mathbb{F}_p \times \mathbb{F}_p$.

¿Para cuáles primos p ocurre a) y para cuáles ocurre b)?

Ejercicio 4. Determine para cuáles enteros n el polinomio $f := X^3 + nX + 4$ es irreducible en $\mathbb{Q}[X]$.