

He aquí un largo ejercicio relacionado con el parcial del 12/04.

Consideremos el ideal

$$I = (x^2y - xz^2, x^2 - z^2) \subset k[x, y, z].$$

- 1) Calcule la base de Gröbner reducida de I respecto al orden graduado lexicográfico.
Para entender qué está pasando, analice todos los pasos del algoritmo de Buchberger, los cálculos necesarios de S -polinomios, los pasos del algoritmo de división con resto (para algunas divisiones) y el algoritmo de reducción.
- 2) Encuentre una base monomial de $k[x, y, z]/I$ como un espacio vectorial sobre k .
- 3) Para el ideal monomial $(LT(I))$ demuestre que el radical $\sqrt{(LT(I))}$ es también monomial y encuentre su conjunto de generadores minimal.
- 4) Determine si el ideal $\sqrt{(LT(I))}$ es primo. Sino, exprese $\sqrt{(LT(I))}$ como una intersección de ideales monomiales primos.